

問題

関数 $f(x) = \log x$ について、 x 軸との交点を P_1 とする。

次に $f(x)$ における点 P_1 の接線をひき、その接線と y 軸との交点を Q_1 とする。

さらに点 Q_1 から x 軸に平行な直線をひき、 $y = f(x)$ との交点を P_2 とする。

この操作を繰り返したとき、以下の問いに答えよ。

(1) 点 P_n の座標を求めよ。

(2) $y = f(x)$ と線分 $P_n Q_n$ と線分 $Q_n P_{n+1}$ で囲まれた面積 S_n を求めよ。

(3) $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ を求めよ。